

## Feuille d'exercices de rentrée

**Exercice 1.** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes:

1. (E) :  $\frac{1}{x-1} < \frac{x+1}{x-2}$

2. (F) :  $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 3x - 10} \leq 1$

**Exercice 2.** On se place dans le plan euclidien rapporté au repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . La parabole  $\mathcal{P}$  a pour équation  $y = x^2$ .

- (a) Construire  $\mathcal{P}$  et la droite  $\mathcal{D}$  d'équation  $y = -2x + 2$ .  
(b) Calculer les coordonnées des points d'intersection de  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{D}$ .
- Soit  $m$  un réel, on note  $\mathcal{D}_m$  la droite d'équation  $y = -2x + m$ .
  - Montrer que  $\mathcal{D}_m$  est parallèle à  $\mathcal{D}$ .
  - Déterminer  $m$  pour que la droite  $\mathcal{D}_m$  coupe  $\mathcal{P}$  en un seul point. Construire la droite correspondante et calculer les coordonnées du point d'intersection.
  - Déterminer les valeurs de  $m$  pour lesquelles la droite  $\mathcal{D}_m$  coupe  $\mathcal{P}$  en deux points  $A_m$  et  $B_m$  distincts. On appelle alors  $I_m$  le milieu de  $[A_m B_m]$ . Quel est l'ensemble des points  $I_m$  lorsque  $m$  varie ?

**Exercice 3.** Soit  $P$  le polynôme définie pour tout  $x$  réel par :

$$P(x) = x^4 + 6x^3 - 11x^2 - 60x + 100$$

- Déterminer trois réels  $a, b, c$  tels que le polynôme  $Q : x \mapsto ax^2 + bx + c$  vérifie pour tout  $x$  réel :

$$P(x) = (Q(x))^2$$

- Résoudre l'équation (E) :  $P(x) = 0$
- (a) Déterminer trois réels  $a, b, c$  tels que pour tout  $x$  réel :

$$x^3 + 6x^2 + 6x + 5 = (x + 5)(ax^2 + bx + c)$$

- Déterminer l'ensemble de définition de la fonction rationnelle suivante :

$$f : x \mapsto \frac{x^4 + 6x^3 - 11x^2 - 60x + 100}{x^3 + 6x^2 + 6x + 5}$$