2020-21

Correction des exercices

Fraction de deux nombres réels

Corrigé de l'exercice 1

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$
$$A = \frac{6}{12} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12}$$
$$A = \frac{13}{12}$$

$$B = \frac{3}{21} - \frac{2}{6}$$
$$B = \frac{6}{42} - \frac{14}{42}$$
$$B = \frac{-8}{42} = \frac{-4}{21}$$

$$C = \frac{1}{24} - \frac{1}{16}$$
$$C = \frac{2}{48} - \frac{3}{48}$$
$$C = \frac{-1}{48}$$

$$D = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \times \frac{1}{6}$$
$$D = \frac{1}{2} - \frac{1}{18}$$
$$D = \frac{9}{18} - \frac{1}{18}$$
$$D = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$$

$$E = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{6}$$
$$E = \left(\frac{3}{6} - \frac{2}{6}\right) \times \frac{1}{6}$$
$$E = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$$
$$E = \frac{1}{36}$$

$$F = \frac{\frac{7}{15} + \frac{1}{3}}{\frac{3}{4} + \frac{12}{5}}$$
$$F = \frac{\frac{7}{15} + \frac{5}{15}}{\frac{15}{20} + \frac{48}{20}}$$
$$F = \frac{\frac{12}{15}}{\frac{63}{20}}$$
$$F = \frac{{}^4\cancel{12}}{{}^3\cancel{15}} \times \frac{{}^4\cancel{20}}{63}$$
$$F = \frac{16}{63}$$

$$G = \frac{\frac{{}^2\cancel{6}}{{}^5\cancel{15}} + \cancel{2} \times \frac{3}{{}^5\cancel{10}}}{\frac{1}{4} - \frac{2}{3}}$$
$$G = \frac{\frac{2}{5} + \frac{3}{5}}{\frac{3}{12} - \frac{8}{12}}$$
$$G = \frac{1}{\frac{-5}{12}}$$
$$G = \frac{-12}{5}$$

$$H = \frac{\frac{3}{4} + \frac{1}{{}^4\cancel{12}} \times \frac{{}^3\cancel{9}}{8}}{2 - \frac{4}{3}}$$
$$H = \frac{\frac{3}{4} + \frac{3}{32}}{\frac{6}{3} - \frac{4}{3}}$$
$$H = \frac{\frac{27}{32}}{\frac{2}{3}}$$
$$H = \frac{27}{32} \times \frac{3}{2}$$
$$H = \frac{81}{64}$$

Puissance entière d'un nombre réel

corrigé de l'exercice 2

$$A = 3^2 \times 3^{k+1}$$
$$A = 3^{k+3}$$

$$B = \frac{4^3}{2^7}$$
$$B = \frac{(2^2)^3}{2^7}$$
$$B = \frac{2^6}{2^7}$$
$$B = \frac{1}{2}$$

$$C = \frac{7^{-5} \times 28}{2^5}$$
$$C = \frac{28}{7^5 \times 2^5}$$
$$C = \frac{2^2 \times 7}{7^5 \times 2^5}$$
$$C = \frac{1}{2^3 \times 7^4}$$

$$D = 3^2 \times 5^3 \times 15^4$$
$$D = 3^2 \times 5^3 \times 3^4 \times 5^4$$
$$D = 3^6 \times 5^7$$

$$E = \frac{8^3}{4^2}$$
$$E = \frac{(2^3)^3}{(2^2)^2}$$
$$E = \frac{2^9}{2^4}$$
$$E = 2^5$$

$$F = \frac{10^{-5} \times (10^3)^7}{2^{-4} \times (2^5)^2}$$
$$F = \frac{10^{16}}{2^6}$$
$$F = \frac{2^{16} \times 5^{16}}{2^6}$$
$$F = 2^{10} \times 5^{16}$$

$$G = \frac{3^4}{2^5} + \left(\frac{6^2}{4^2}\right)^2$$
$$G = \frac{3^4}{2^5} + \frac{2^4 \times 3^4}{2^8}$$
$$G = \frac{3^4}{2^5} + \frac{2 \times 3^4}{2^5}$$
$$G = \frac{3^4}{2^5} \times (1+2)$$
$$G = \frac{3^4}{2^5} \times 3 = \frac{3^5}{2^5}$$

$$H = \frac{4^9 \times 3 + 4^{10}}{16^4}$$
$$H = \frac{4^9 \times 3 + 4^{10}}{(4^2)^4}$$
$$H = \frac{4^9 \times 3 + 4^{10}}{4^8}$$
$$H = 4 \times 3 + 4^2$$
$$H = 28$$

Racine carrée d'un nombre réel positif

Corrigé de l'exercice 3

$A = 4\sqrt{75} - 5\sqrt{300}$
$A = 4\sqrt{3 \times 5^2} - 5\sqrt{3 \times 10^2}$
$A = 20\sqrt{3} - 50\sqrt{3}$
$A = -30\sqrt{3}$

$B = 2\sqrt{27} + 3\sqrt{48}$
$B = 2\sqrt{3 \times 3^2} + 3\sqrt{3 \times 4^2}$
$B = 6\sqrt{3} + 12\sqrt{3}$
$B = 18\sqrt{3}$

$C = \dfrac{(3\sqrt{2})^2}{\sqrt{9 \times 10^2}}$
$C = \dfrac{9 \times 2}{30}$
$C = \dfrac{18}{30} = \dfrac{3}{5}$

$D = \dfrac{2}{\sqrt{2}}$
$D = \dfrac{2}{\sqrt{2}} \times \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$
$D = \dfrac{2\sqrt{2}}{2}$

$E = \dfrac{1}{3 - \sqrt{5}}$
$E = \dfrac{1}{3 - \sqrt{5}} \times \dfrac{3 + \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}}$
$E = \dfrac{3 + \sqrt{5}}{9 - 5}$
$E = \dfrac{3 + \sqrt{5}}{4}$

$F = \sqrt{2 - \sqrt{3}} \times \sqrt{2 + \sqrt{3}}$
$F = \sqrt{(2 - \sqrt{3}) \times (2 + \sqrt{3})}$
$F = \sqrt{4 - 3}$
$F = 1$

$G = \left(\sqrt{3 + \sqrt{5}} + \sqrt{3 - \sqrt{5}}\right)^2$
$G = (\sqrt{3 + \sqrt{5}})^2 +$
$2\sqrt{3 + \sqrt{5}}\sqrt{3 - \sqrt{5}} + (\sqrt{3 + \sqrt{5}})^2$
$G = 3 + \sqrt{5} + 2\sqrt{9 - 5} + 3 - \sqrt{5}$
$G = 10$

$H = \dfrac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$
$H \dfrac{\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$
$H = \dfrac{2\sqrt{3}}{3 - 2}$
$H = 2\sqrt{3}$

$I = \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}} - \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$
$I = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3}$ car $(a^2 - b^2)$
$I = \dfrac{1}{6}$

Identités remarquables

Corrigé de l'exercice 4

$A = (2 + \sqrt{3})^2$
$A = 2^2 + 2 \times 2 \times \sqrt{3} + \sqrt{3}^2$
$A = 7 + 4\sqrt{3}$

$B = (\sqrt{12} - \sqrt{75})^2$
$B = 12 - 2 \times \sqrt{12}\sqrt{75} + 75$
$B = 12 - 2 \times 2\sqrt{3} \times 5\sqrt{3} + 75$
$B = 12 - 60 + 75 = 27$

$C = (6 - 2\sqrt{5})(6 + 2\sqrt{5})$
$C = 6^2 - (2\sqrt{5})^2$
$C = 36 - 20 = 16$

$D = (x + y + z)^2$
$D = (x + y + z)(x + y + z)$
$D = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$

$E = (x + 2y + z)^2 - (x - y)^2$
$E = [(x + 2y + z) - (x - y)]\,[(x + 2y + z) + (x - y)]$
$E = (3y + z)\,(2x + y + z)$
$E = 6xy + 2xz + 3y^2 + 4yz + z^2$

$F = (2x - 1)^2 - (x - 3)(2x + 1)$
$F = 4x^2 - 4x + 2 - 2x^2 - x + 6x + 3$
$F = 2x^2 + x + 5$

$G = (2x - 3 + y)^2$
$G = 4x^2 + 9 + y^2 - 2 \times 2x \times 3 + 2 \times 2xy - 2 \times 3y$
$G = 4x^2 + 9 + y^2 - 12x + 4xy - 6y$

$H = (x - 3y)^3$
$H = x^3 + 3x^2 \times (-3y) + 3x \times (-3y)^2 + (-3y)^3$
$H = x^3 - 9x^2y + 27xy^2 - 27y^3$

$I = (x - 2y)^4 = ((x - 2y)^2)^2$
$I = (x^2 - 4xy + 4y^2)^2$
$I = x^4 + 16x^2y^2 + 16y^4 - 8x^3y + 8x^2y^2 - 32xy^3$
$I = x^4 - 8x^3y + 24x^2y^2 - 32xy^3 + 16y^4$

Corrigé de l'exercice 5

$A = (x + 1)(2x - 3) - (x^2 - 1)$
$A = (x + 1)(2x - 3) - (x + 1)(x - 1)$
$A = (x + 1)(2x - 3 - (x - 1))$
$A = (x + 1)(x - 2)$

$B = (3x - 1)^2 - (x + 5)^2$
$B = [(3x - 1) - (x + 5)]\,[(3x - 1) + (x + 5)]$
$B = (2x - 6)(4x + 4)$
$B = 8(x - 3)(x + 1)$

$C = 4x^2 - 9$
$C = (2x)^2 - 3^2$
$C = (2x-3)(2x+3)$

$D = (x^2-9) + (2x-6)(x+7)$
$D = (x-3)(x+3) + 2(x-3)(x+7)$
$D = (x-3)[x+3+2(x+7)]$
$D = (x-3)(3x+17)$

$E = (2x-1)(x+3) - (2-4x)(1-x)$
$E = (2x-1)(x+3) - (-2)(2x-1)(1-x)$
$E = (2x-1)[x+3+2(1-x)]$
$E = (2x-1)(5-x)$

$F = x^4 - 4x^2$
$F = (x^2-2x)(x^2+2x)$
$F = x^2(x-2)(x+2)$

Polynômes du premier et second degrés

Corrigé de l'exercice 6

$A(x) = x^2 + 4x + 3$
$\Delta = 4$
Les racines sont :
$r_1 = \dfrac{-4-\sqrt{4}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{-4+\sqrt{4}}{2}$
$r_1 = -3$ et $r_2 = -1$
Donc $A(x) = (x+3)(x+1)$

$B(x) = 3x^2 + 6x - 9$
$\Delta = 144$
Les racines sont :
$r_1 = \dfrac{-6-\sqrt{144}}{6}$ et $r_2 = \dfrac{-6+\sqrt{144}}{6}$
$r_1 = -3$ et $r_2 = 1$
Donc $B(x) = 3(x+3)(x-1)$

$C(x) = 2x^2 - 3x + 1$
$\Delta = 1$
Les racines sont :
$r_1 = \dfrac{3-\sqrt{1}}{4}$ et $r_2 = \dfrac{3+\sqrt{1}}{4}$
$r_1 = \dfrac{1}{2}$ et $r_2 = 1$
Donc $C(x) = 2(x-\frac{1}{2})(x-1)$

$D(x) = 2x^2 + 8x + 8$
$\Delta = 0$
La racine double est: $r_0 = -8 \div 4 = -2$
Donc $D(x) = 2(x+2)^2$

$E(x) = 2x^2 + 5x + 6$
$\Delta = -23$
Il n'y a pas de racines réelles, ce trinome n'est pas factorisable.

$F(x) = 2x^2 + 5x - 3$
$\Delta = 49$
Les racines sont :
$r_1 = \dfrac{-5-\sqrt{49}}{4}$ et $r_2 = \dfrac{-5+\sqrt{49}}{4}$
$r_1 = -3$ et $r_2 = \dfrac{1}{2}$
Donc $F(x) = 2(x+3)(x-\frac{1}{2})$

$G(x) = x^3 - 27$
On voit que 3 est racine évidente. On factorise par$(x-3)$ et on cherche les coefficients manquants
$G(x) = (x-3)(ax^2+bx+c)$
$= ax^3 + (b-3a)x^2 + (c-3b)x - 3c.$

On identifie $\begin{cases} a & = 1 \\ b-3a & = 0 \\ c-3b & = 0 \\ -3c & = -27 \end{cases}$ d'où $\begin{cases} a & = 1 \\ b & = 3 \\ c & = 9 \end{cases}$

On obtient $G(x) = (x-3)(x^2+3x+9)$.
Enfin, on cherche les racines de (x^2+3x+9) pour le factoriser aussi. Or son Δ est négatif, on a donc factorisé au maximum.

$H(x) = x^4 - 16$
$H(x) = (x^2-4)(x^2+4)$
$H(x) = (x-2)(x+2)(x^2+4)$

$I(x) = (x^2+2x-3)^2 - (x^2+x-2)^2$
$I(x) = \left[(x^2+2x-3) - (x^2+x-2)\right] \times$
$\left[(x^2+2x-3) + (x^2+x-2)\right]$
$I(x) = [x-1]\left[2x^2+3x-5\right]$
On calcule les racines du trinôme $2x^2+3x-5$ et on trouve que son discriminant vaut 49 et ses racines sont $r_1 = -\dfrac{5}{2}$ et $r_2 = 1$.
D'où la factorisation: $I(x) = 2(x-1)(x-1)(x+\frac{5}{2})$

On utilise $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$ avec $a=4x$ et $b=0,5$

$J(x)=64x^3+\frac{1}{8}$

$J(x)=(4x+\frac{1}{2})(16x^2-2x+\frac{1}{4})$

Le discriminant du trinome étant négatif, on ne peut pas factoriser davantage.

$K(x)=(2x+1)^3-(8x+4)$
$K(x)=(2x+1)(2x+1)^2-4(2x+1)$
$K(x)=(2x+1)\left[(2x+1)^2-4\right]$
On reconnait a^2-b^2
$K(x)=(2x+1)(2x+1-2)(2x+1+2)$
$K(x)=(2x+1)(2x-1)(2x+3)$

$L(x)=(2x+1)^3+(2x-1)^3$
$L(x)=[(2x+1)+(2x-1)]\left[(2x+1)^2-(2x+1)(2x-1)+(2x-1)^2\right]$
$L(x)=(4x)[4x^2+4x+1-4x^2+1+4x^2-4x+1]$
$L(x)=4x(4x^2+3)$
Ce dernier trinôme n'étant pas factorisable, on a bien obtenu la factorisation de L.

Corrigé de l'exercice 7

$$\begin{aligned}(E_1)\ 3x-7&=1-5x\\ \Leftrightarrow 8x&=8\\ \Leftrightarrow x&=1\end{aligned}$$

$\mathcal{S}_1=\{1\}$

$$\begin{aligned}(E_2)\ 3(3+2x)+(2x-1)&=8\\ \Leftrightarrow 8+8x&=8\\ \Leftrightarrow 8x&=0\\ \Leftrightarrow x&=0\end{aligned}$$

$\mathcal{S}_2=\{0\}$

$$\begin{aligned}(E_3)\ \frac{2-3x}{3}&=\frac{-4+x}{4}\\ \Leftrightarrow 8-12x&=-12+3x\\ \Leftrightarrow -15x&=-20\\ \Leftrightarrow x&=\frac{20}{15}=\frac{4}{3}\end{aligned}$$

$\mathcal{S}_3=\left\{\frac{4}{3}\right\}$

$(E_4)\ 3x^2-7x+4=0$
$\Delta=1$; il y a deux racines réelles
$r_1=\frac{7+1}{6}$ et $r_2=\frac{7-1}{6}$
$r_1=\frac{4}{3}$ et $r_2=1$
$\mathcal{S}_4=\left\{\frac{4}{3};1\right\}$

$(E_5)\ (-x^2+2x-2)^2=(x^2+x-3)^2$
On passe tout du même côté et on reconnait une identité remarquable:
$(-x^2+2x-2)^2-(x^2+x-3)^2=0$
$\Leftrightarrow (-x^2+2x-2-(x^2+x-3))(-x^2+2x-2+x^2+x^2+x-3)=0$
$\Leftrightarrow (-2x^2+x+1)(3x-5)=0$
Un produit de facteurs est nul, si l'un de ses facteurs est nul
La solution de $3x-5=0$ est $x=\frac{5}{3}$
Pour le trinome, $\Delta=9$ et les racines valent
$r_1=1$ et $r_2=\frac{-1}{2}$
$\mathcal{S}_5=\left\{\frac{5}{3};1;\frac{-1}{2}\right\}$

$(E_6)\ (9x^2-1)^2=(3x+1)^2$
On utilise la même méthode que pour (E_5)
$(9x^2-1)^2-(3x+1)^2=0$
$(9x^2-1-3x-1)(9x^2-1+3x+1)=0$
$(9x^2-3x-2)(9x^2+3x)=0$
Pour le premier trinome, le discriminant vaut 81, et les racines sont $r_1=\frac{12}{18}=\frac{2}{3}$ et $r_2=\frac{-6}{18}=\frac{-1}{3}$
Pour le second trinome, les racines sont évidentes et sont $r_3=0$ et $r_4=\frac{-1}{3}$
$\mathcal{S}_6=\left\{\frac{-1}{3};0;\frac{2}{3}\right\}$

Corrigé de l'exercice 8

(I_1) $4x - 13 < 3$
$\Leftrightarrow 4x < 16$
$\Leftrightarrow x < 4$

$\mathcal{S}_1 =]-\infty, 4[$

(I_2) $2(7-x) \geq x - 1$
$\Leftrightarrow 14 - 2x \geq x - 1$
$\Leftrightarrow -3x \geq -15$
$\Leftrightarrow x \leq 5$

$\mathcal{S}_2 =]-\infty; 5]$

(I_3) $2(x+3) \leq \dfrac{4x-8}{2}$
$4x + 12 \leq 4x - 8$
$12 \leq 8$

Pas de solution $\mathcal{S}_3 = \emptyset$

Pour les trinomes du second degré, on sait qu'un trinome est du signe de son coefficient dominant a, sauf entre ses racines. On va donc déterminer les racines des trinomes du second degré pour ensuite raisonner sur son signe.
On ne détaillera pas le calcul des racines, car ceci est déjà expliqué dans l'exercice 6.

(I_4) $x^2 - 5x + 6 < 0$
Les racines de $x^2 - 5x + 6$ sont 2 et 3.
a est positif, le trinome est donc négatif entre ses racines.
$\mathcal{S}_4 =]2; 3[$

(I_5) $x^2 - 7x \geq -6$
Les racines de $x^2 - 7x + 6$ sont 1 et 6.
a est positif, le trinome est donc positif, sauf entre ses racines.
$\mathcal{S}_5 =]-\infty; 1] \cup [6; +\infty[$

(I_6) $x^3 - x > 3x^2 - 3$
Le polynôme est de degré 3 on va le factoriser:
$x^3 - x - 3x^2 + 3 > 0 \Leftrightarrow x(x^2-1) - 3(x^2-1) > 0$
$\Leftrightarrow (x^2-1)(x-3) > 0$
Enfin, on fait un tableau de signe

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
x^2-1		$+$	0	$-$	0		$+$		
$x-3$				$-$			0	$+$	
$(x^2-1)(x-3)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$\mathcal{S}_6 =]-1; 1[\cup]3; +\infty[$

(I_7) $2x^2 - 3 > x^2 - 6$
$x^2 + 3 > 0$
Le polynome $x^2 + 3$ n'a pas de racine, il est toujours positif
$\mathcal{S}_7 = \mathbb{R}$

(I_8) $3x^2 + x + 1 < 0$
Le polynome $3x^2 + x + 1$ n'a pas de racine, il est toujours positif
$\mathcal{S}_8 = \emptyset$

(I_9) $x(x+2) < (2x-1)(x+2)$
$x^2 + 2x < 2x^2 + 4x - x - 2$
$0 < x^2 + x - 2$
Les racines de $x^2 + 2x - 2$ sont 1 et -2
Ce trinome est positif en dehors de l'intervalle de ses racines;
$\mathcal{S}_9 =]-\infty; -2[\cup]1; +\infty[$

Fonctions exponentielle et logarithme

Corrigé de l'exercice 9

$A = e^{5\ln(2)}$
$A = \left(e^{\ln(2)}\right)^5$
$A = 2^5 = 32$

$B = \ln(2+\sqrt{3}) + \ln(2-\sqrt{3})$
$B = \ln((2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3}))$
$B = \ln(4-3)$
$B = \ln(1) = 0$

$C = 2\ln(4) - 3\ln(2)$
$C = 2\ln(2^2) - 3\ln(2)$
$C = 4\ln(2) - 3\ln(2)$
$C = \ln(2)$

$D = \ln(\sqrt{6}-2) + \ln(\sqrt{6}+2)$
$D = \ln((\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2))$
$D = \ln(6-4)$
$D = \ln(2)$

$E = \dfrac{e^{a+b}}{e^{a-b}} \times \dfrac{e^{2a-b}}{e^{2a+b}}$
$E = \dfrac{e^{3a}}{e^{3a}}$
$E = 1$

$F = \dfrac{e^7 \times (e^{-5})^2}{e^{-3}}$
$F = e^{7-10+3}$
$F = e^0 = 1$

$G = \ln(\sqrt{\sqrt{17}-4}) + \ln(\sqrt{\sqrt{17}+4})$
$G = \frac{1}{2}\ln((\sqrt{17}-4)(\sqrt{17}+4))$
$G = \frac{1}{2}\ln(17-16)$
$G = \frac{1}{2}\ln(1) = 0$

$H = \ln(2) - 3\ln(4) + \ln(32)$
$H = \ln(2) - 3\ln(2^2) + \ln(2^5)$
$H = \ln(2) - 6\ln(2) + 5\ln(2)$
$H = 0$

$I = \dfrac{\ln(e^2) + e^6 - 2}{e^8 \times e^{-2}}$
$I = \dfrac{2 + e^6 - 2}{e^6}$
$I = \dfrac{e^6}{e^6} = 1$

$J = \dfrac{\ln(20) - 2\ln(2) + \ln(5)}{\ln(25)}$
$J = \dfrac{\ln(2^2 \times 5) - 2\ln(2) + \ln(5)}{\ln(5^2)}$
$J = \dfrac{2\ln(2) + \ln(5) - 2\ln(2) + \ln(5)}{2\ln(5)}$
$J = \dfrac{2\ln(5)}{2\ln(5)} = 1$

$K = -\frac{1}{2}\ln\left(1 - \dfrac{e^2-1}{e^2}\right)$
$K = -\frac{1}{2}\ln\left(\dfrac{e^2-(e^2-1)}{e^2}\right)$
$K = -\frac{1}{2}\ln(\frac{1}{e^2})$
$K = -\frac{1}{2}\ln(e^{-2})$
$K = -\dfrac{-2}{2} = 1$

$L = \ln\left(\dfrac{\frac{e^2}{e^2-1}}{\frac{e^2}{e^2-1} - 1}\right)$
$L = \ln\left(\dfrac{\frac{e^2}{e^2-1}}{\frac{e^2-e^2+1}{e^2-1}}\right)$
$L = \ln\left(\dfrac{e^2}{1}\right)$
$L = 2$

Dérivation

Corrigé de l'exercice 10

- $f_1'(x) = 3x^2 - 6x$
- forme u^3
  $f_2'(x) = 3(2x+1)(x^2+2+1)^2$
- forme $\frac{u}{v}$
  $f_3'(x) = \dfrac{2(4x-5) - 4(2x+3)}{(4x-5)^2}$
  $f_3'(x) = \dfrac{-22}{(4x-5)^2}$
- $f_4'(x) = \dfrac{-3x^2}{(x^3+1)^2}$
- forme $\frac{u}{v}$
  $f_5'(x) = \dfrac{2(1+x^2)^2 - 2x \times 2 \times 2x(1+x^2)}{(1+x^2)^4}$
  $f_5'(x) = \dfrac{2(1+x^2) - 8x^2}{(1+x^2)^3}$
  $f_5'(x) = \dfrac{2-6x^2}{(1+x^2)^3}$
- $f_6'(x) = \dfrac{0 - \frac{1}{2\sqrt{x}}}{\sqrt{x}^2}$
  $f_6'(x) = \dfrac{1}{2(\sqrt{x})^3}$
- forme uv avec $v = \sqrt{w}$
  $f_7'(x) = 10x\sqrt{2x-3} + \dfrac{\cancel{2}(5x^2-1)}{\cancel{2}\sqrt{2x-3}}$
- $f_8'(x) = \dfrac{\frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}}{2\sqrt{1-x^2}^2}$
  $f_8'(x) = \dfrac{x}{(\sqrt{1-x^2})^3}$
- $f_9'(x) = \dfrac{\frac{1}{2\sqrt{x}} \times (1+x^2) - 2x\sqrt{x}}{(1+x^2)^2}$
  $f_9'(x) = \dfrac{1+x^2-4x^2}{2\sqrt{x}(1+x^2)^2}$
  $f_9'(x) = \dfrac{1-3x^2}{2\sqrt{x}(1+x^2)^2}$
- $f_{10}'(x) = 2x\ln(x) + x^2 \times \frac{1}{x}$
  $f_{10}'(x) = 2x\ln(x) + x$
- $f_{11}'(x) = \dfrac{6x}{3x^2+1}$
- On remarque que $f_{12}(x) = \ln(1-x) - \ln(1+x)$
  $f_{12}'(x) = \dfrac{-1}{1-x} - \dfrac{1}{1+x}$
  $f_{12}'(x) = \dfrac{-1-x-1+x}{(1-x)(1+x)}$
  $f_{12}'(x) = \dfrac{-2}{(1-x)(1+x)}$
- $f_{13}'(x) = \dfrac{e^x(1+e^x) - e^x \times e^x}{(1+e^x)^2}$
  $f_{13}'(x) = \dfrac{e^x}{(1+e^x)^2}$
- $f_{14}'(x) = 2xe^{-x} - x^2e^{-x}$
- $f_{15}'(x) = \dfrac{e^x}{2\sqrt{1+e^x}}$
- $f_{16}'(x) = \dfrac{-e^{-x}}{1-e^{-x}}$
- $f_{17}'(x) = \dfrac{\frac{1}{x}}{2\sqrt{\ln(x)}}$
  $f_{17}'(x) = \dfrac{1}{2x\sqrt{\ln(x)}}$

- $f'_{18}(x) = \dfrac{\frac{1}{x}e^x - e^x\ln(x)}{(e^x)^2}$
  $f'_{18}(x) = \dfrac{\dfrac{1 - x\ln(x)}{x}}{e^x}$
  $f'_{18}(x) = \dfrac{1 - x\ln(x)}{xe^x}$
- La dérivée de $x \to x\ln(x)$ est $x \to \ln(x) + 1$ donc $f'_{19}(x) = (\ln(x) + 1)e^{x\ln(x)}$
- On remarque que $f_{20}(x) = \dfrac{1}{e^x} = e^{-x}$ donc $f'_{20}(x) = -e^{-x}$
- On applique la formule de la dérivée de $\ln(u)$ où $u = \ln(x)$
  $f'_{21}(x) = \dfrac{\dfrac{1}{x}}{\ln(x)} = \dfrac{1}{x\ln(x)}$